

Isométries

Cas des isométries de \mathbb{R}^2

Proposition 1 Soit f une isométrie de \mathbb{R}^2 alors :

1. si $\det f = 1$, f est une rotation. Quelque soit la base orthonormée choisie, la matrice de f est $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$
où θ est l'angle de rotation.
2. si $\det f = -1$, f est une symétrie orthogonale par rapport à une droite (réflexion).

Savoir faire 1 Que dire des matrices $A = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

et $B = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Savoir faire 2 Montrer que la composée de deux réflexions et une rotation.

Montrer que la composée d'une réflexion et d'une rotation est une réflexion.