Courbes paramétrées

Branches infinies

Définition 1 On dit qu'une courbe admet une branche infinie en t_0 lorsque

$$||F(t)|| \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} +\infty$$

Les cas possibles

1. $x(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} +\infty$ et $y(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} l$ (asymptote horizontale)
2. $x(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} l$ et $y(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} +\infty$ (asymptote verticale)
3. $x(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} +\infty$ et $y(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} +\infty$ alors étude de $a(t) = \dfrac{y(t)}{x(t)}$
   (a) $a(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} +\infty$ (branche parabolique de direction (Oy))
   (b) $a(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} 0$ (branche parabolique de direction (Ox))
   (c) $a(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} a \in \mathbb{R}^*$ alors étude de $b(t) = y(t) - ax(t)$
      i. si $b(t) \underset{t \to t_0}{\longrightarrow} b \in \mathbb{R}$ alors $y = ax + b$ est asymptote à la courbe
      ii. dans les autres cas, on dit que $y = ax$ est une direction asymptotique.

Savoir faire 1 Etudier les branches infinies de la courbe paramétrée par $\left\{ \begin{array}{rcl} x(t) & = & 1+t^2 \\ y(t) & = & -3t^2+2t^3 \end{array} \right.$

Savoir faire 2 Etudier les branches infinies de la courbe paramétrée par $\left\{ \begin{array}{rcl} x(t) & = & t^2+\dfrac{2}{t} \\ y(t) & = & t+\dfrac{1}{t} \end{array} \right.$