

Intégrales impropres

Changement de variable

Théorème 1 — Théorème de changement de variables. Soit $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ et $\varphi :]\alpha, \beta[\rightarrow]a, b[$ une bijection croissante de classe \mathcal{C}^1 . Les intégrales $\int_a^b f(t)dt$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\varphi'(u)du$ sont de même nature et égales en cas de convergence.

Si φ est strictement décroissante alors $\int_a^b f(t)dt = -\int_\beta^\alpha f(\varphi(u))\varphi'(u)du$

Savoir faire 1 On pose $I = \int_0^1 \frac{\ln t}{1+t^2} dt$ et $J = \int_1^{+\infty} \frac{\ln t}{1+t^2} dt$

1. Montrer la convergence de I
2. En posant le changement de variable $u = \frac{1}{t}$, établir une relation entre I et J .