

Exercice 1

Classer les matrices suivantes dans l'ordre croissant de leur déterminant. lesquelles sont inversibles ?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -1 \\ -3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 3 & -1 \\ 3 & 10 & -9 & 3 \\ -6 & -12 & 10 & -3 \\ 1 & 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -3 & -1 \\ -9 & 1 & -4 & -3 \\ -5 & 0 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 & 1 \\ -8 & 1 & 3 & 3 \\ -6 & -12 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 16 & 0 & -1 & -3 & 1 \\ 12 & 1 & -18 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 6 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2

Montrer que :

$$1. \begin{vmatrix} a & b & a & c \\ b & a & c & a \\ a & c & a & b \\ c & a & b & a \end{vmatrix} = -(b-c)^2(2a-b-c)(2a+b+c)$$

$$2. \begin{vmatrix} c & a & b & c \\ a & c & c & b \\ b & c & c & a \\ c & b & a & c \end{vmatrix} = (a-b)^2(a+b-2c)(a+b+2c)$$

$$3. \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{vmatrix} = (a+b+c+d)(a+b-c-d)(a-b+c-d)(a-b-c+d)$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & n & n & \cdots & n \\ n & 2 & n & \cdots & n \\ n & n & 3 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n & n & \cdots & n \end{vmatrix} = (-1)^{n+1}n!$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & a & \cdots & a \\ a & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a \\ a & \cdots & a & 1 \end{vmatrix} = (1+(n-1)a)(1-a)^{n-1}$$